ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.
Розничная цена: 49,90 грн, 990 тенге

Занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

14

Магический куб

ISSN 2225-1782
00014
9 772225 178772

DeAGOSTINI

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»
Издание выходит раз в две недели
Выпуск № 14, 2012
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:
ООО «Де Агостини», Россия
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.

ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ:
Любовь Мартынова

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ № ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ru
по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в России:
8-800-200-02-01
Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
8-495-660-02-02

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Россия, 170100, г. Тверь, Почтамт, а/я 245,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

РАСПРОСТРАНЕНИЕ:
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

УКРАИНА
ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко

Свидетельство о государственной регистрации печатного СМИ Министерства юстиции Украины КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»
Україна, 01033, м. Київ, а/с «Де Агостіні»

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ua
по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в Украине:
0-800-500-8-40

БЕЛАРУСЬ
ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЬЮТОР В РБ: ООО «Росчерк»,
220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к,
тел./факс: +375 17 2-999-260
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк»,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

КАЗАХСТАН
РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «КГП «Бурда-Алатау-Пресс»

РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 990 тенге

ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: G. Canale & C. S.p.A.
Sos. Cernica 47, Bucuresti, Pantelimon – Ilfov, Romania.

ТИРАЖ: 68 000 экз.

Издатель оставляет за собой право изменять последовательность номеров и их содержание.

Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую цену выпусков.

Неотъемлемой частью каждого выпуска является приложение.

ISSN 2225-1782

ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 14.08.2012

В этом выпуске:

Математическая вселенная

От кривых к уравнениям Методы аналитической геометрии чрезвычайно эффективны в физике. Классическая физика базируется на теории, не подвергавшейся сомнению вплоть до начала XX века: тела находятся в обычном физическом трехмерном пространстве; положение тел всегда определяется декартовыми координатами; расстояние между телами вычисляется на основании теоремы Пифагора. Но релятивистская революция заставила исследователей пересмотреть некоторые из этих предположений и научила совершенно иной геометрии.

Блистательные умы

Превосходство разума «Мыслю, следовательно, существую» — это единственная определенность, от которой Декарт отталкивался. Метод Декарта основан именно на том, чтобы применять на практике сомнение относительно всего якобы известного и не объявлять правильным никакое знание, если только оно не следует из бесспорных истин. Говорили, что Декарт был «центробежным» мыслителем: он всегда отталкивался от самого себя и от своей убежденности, чтобы спуститься затем на поле наблюдений и законов природы.

Математика на каждый день

Капля, переполняющая стакан «Невозможно найти понятие более эстетичное, нежели «теория катастроф» Рене Тома, которая применяется как к геометрии параболической точки, так и к дрейфу континентов» (Сальвадор Дали).

Математические задачки

Запутанный рассказ «Что ты хочешь найти, деточка?» — раздался за спиной Клары незнакомый, но очень ласковый и приятный голос. Обернувшись, она увидела двух ласково улыбавшихся старушек небольшого роста с круглыми морщинистыми лицами, очень похожих друг на друга. — «Я ищу картину, — сказала она, — написанную на хороший сюжет, с хорошей композицией, но с плохим колористическим решением».

Головоломки

Магический куб Дом с тайными комнатами и секретными проходами может превратиться в настоящий лабиринт. А если в жилище несколько этажей, соединенных между собой лестницами и лифтами, то лабиринт усложняется еще одним измерением и становится трехмерным. Магический куб — это трехэтажный лабиринт с этажами, соединенными между собой. Но на этом доме нет указателей, а есть только маленькие окошки. Лишь они помогают узнать путь, который проделывает небольшой шарик в поисках единственного выхода.

Для древних греков геометрия была неотделима от фигур. Решение задачи с плоскостями, прямыми или более сложными фигурами всегда сопровождалось чертежами. С помощью аналитической геометрии эти задачи можно решать «вслепую».

Аналитическая геометрия

От кривых к уравнениям

Геометрические фигуры состоят из точек. Соотнесение этих точек с числами позволяет превращать геометрические задачи в алгебраические. Это достигается путем определения одно-, двух- или трехмерной системы координат в зависимости от того, работаем ли мы на прямой, на плоскости или в пространстве.

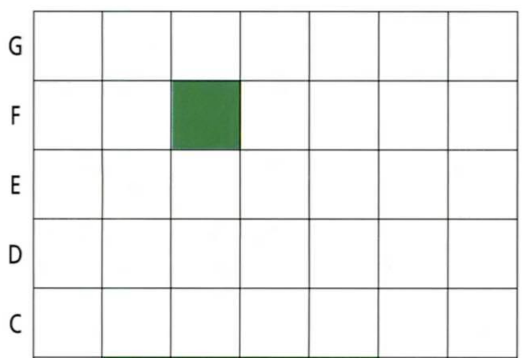
Координаты в повседневной жизни

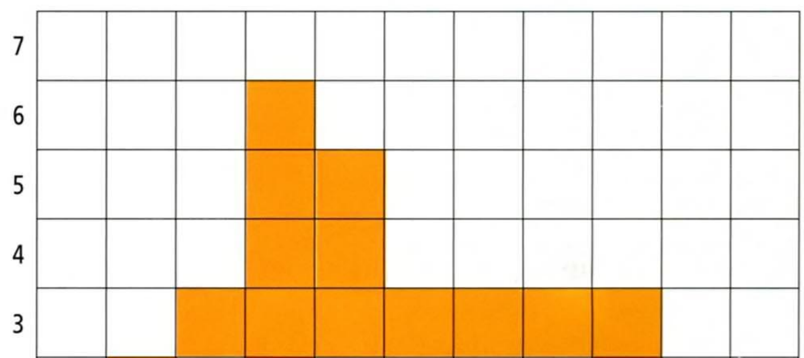
Почти все хотя бы раз в жизни играли в «морской бой». Это игра, в которой соперники на листках в клетку закрашивают отдельные ячейки, создавая таким образом целую военную флотилию. Игроки скрывают друг от друга расположение своих судов и ведут разговоры такого плана:

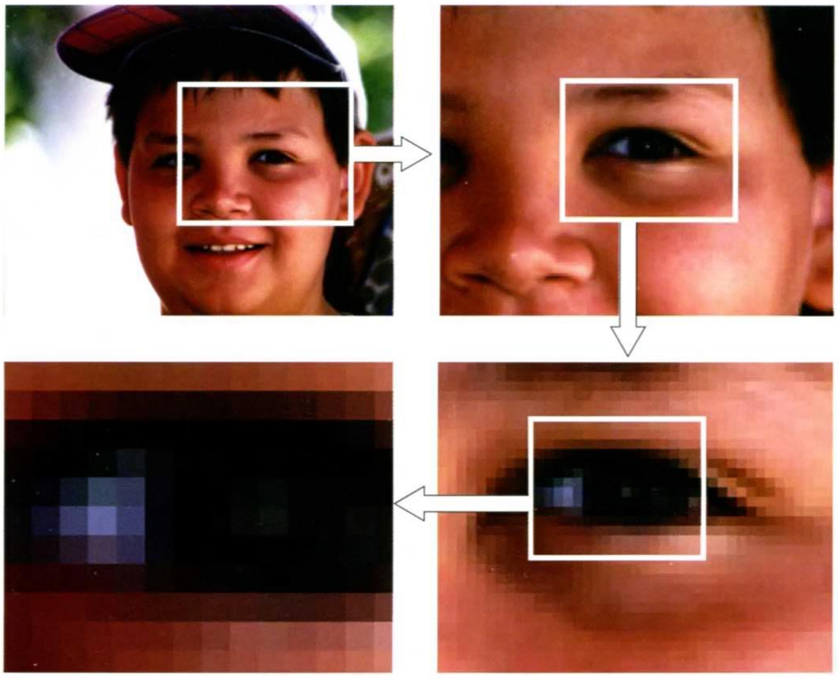
— 3-B.
— Ранен. 2-A.
— Мимо. 3-F.
— Убит!

На самом деле игроки передают друг другу координаты, на которых надеются обнаружить вражеский корабль. Его расположение обычно определяется координатами по горизонтали и вертикали. Таким образом, однопалубный корабль может находиться на клетке 3-F, а четырехпалубное судно занимать клетки с координатами 2-B, 3-B, 4-B и 5-B. Выбор чисел или букв для обозначения той или иной координаты — вопрос чисто условный. Мы могли бы взять цифры для указания как на горизонтальную, так и на вертикальную координату; тогда местонахождение однопалубного судна определялось бы парой (3, 6). Такая система позволяет представить простой рисунок посредством пар чисел. Например, рисунок на иллюстрации справа можно представить следующей последовательностью числовых пар: (2, 2), (3, 3) (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (6,3), (7,3), (8,3), (9, 2) и (9, 3).

▶ *На одной из иллюстраций книги начала XVI века под названием «Философская жемчужина» геометрия аллегорически представлена в виде дамы. Пройдет еще 100 лет, прежде чем эта древнейшая область знания пропитается алгебраическими элементами и превратится в аналитическую геометрию.*





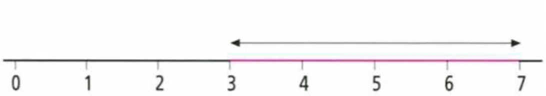


▲ *Цифровые изображения основаны на «квадрировании» поверхностей и присваивании цвета каждому элементарному квадрату. Как показывает это приближение («zoom») к радужной оболочке глаза ребенка, образ теряется, когда увеличение достигает основания изображения.*

Собственно, нет никаких ограничений для представлений такого рода. В основе этого метода — создание сети с большим количеством ячеек и сопоставление этой сети длинного списка пар чисел. Именно таким образом мы получаем изображение на экране телевизора. Если взять часть этого изображения и последовательно ее увеличивать, то в результате можно увидеть квадраты. Каждый из этих маленьких квадратиков носит название «пиксель». Чтобы показать изображение, программа присваивает каждому квадратику-пикселю (то есть каждой паре чисел) определенный цвет. Чем больше количество пикселей на единицу площади, то есть чем более плотна применяемая нами сетка, тем лучше изображение. Современные цифровые фотокамеры имеют порядка 8 млн пикселей.

Декартова система координат

Давайте посмотрим шаг за шагом, как строится аналитическая геометрия. Для начала нам необходимо обозначить так называемую числовую ось, то есть прямую, каждая из точек которой представлена действительным числом. Отметим на ней начало отсчета и поместим в него цифру 0. Справа от этой точки будут положительные числа, а слева —отрицательные. Любой отрезок этой прямой определяется путем указания двух чисел: одно для обозначения начала отрезка, а другое для указания его конца. Например, мы можем говорить о начале отрезка на 3 и окончании на 7.



Здесь важно то, что мы определили систему координат на прямой, где каждому числу соответствует строго определенная точка. Когда мы будем говорить о точке 3 или о точке -14, мы наверняка будем знать, о чем именно идет речь. Также можно говорить о множестве точек между 3 и 7 включительно, обращаясь таким образом к упомянутому отрезку. Через эту систему координат мы определили одномерное пространство, для чего нам было достаточно прямой и точки отсчета на ней, за которую мы приняли 0.

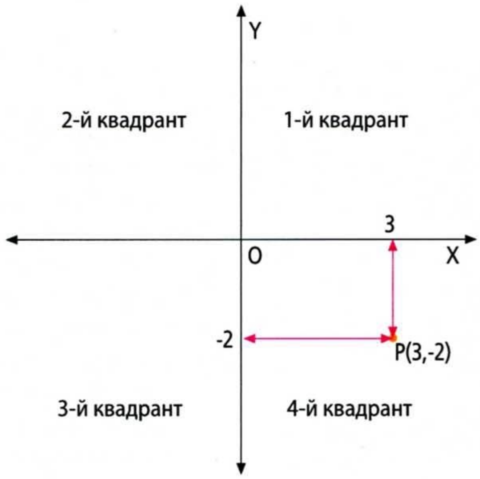
В двумерном пространстве все точки будут находиться на одной плоскости. Для определения их позиций возьмем две перпендикулярные прямые, которые назовем системой координат. Точка, где эти прямые пересекаются, будет началом координат. На каждой из этих прямых у нас будут положительные и отрицательные значения. На горизонтальной линии положительные значения окажутся справа от начала координат, а отрицательные — слева. На вертикальной прямой сверху от начала координат расположатся положительные значения, а снизу — отрицательные.

Теперь, когда мы определились с этим, находить координаты точек стало очень легко. Например, для нахождения точки с координатами $(3, -2)$ мы должны отсчитать от начала координат три единицы по горизонтальной прямой вправо и провести перпендикуляр к горизонтальной оси через эту точку. Затем отступаем на две единицы вниз по вертикальной оси и проводим перпендикуляр к вертикальной оси через эту точку. Место пересечения этих двух перпендикуляров и будет точкой с координатами $(3, -2)$.

► *Памятная марка с портретом Рене Декарта, великого математика и философа. Именно ему мы и обязаны аналитической геометрией.*

То, что мы сейчас описали, имеет свои специальные названия. Начерченные нами перпендикулярные прямые называются осями координат. Горизонтальная прямая — это ось абсцисс, а вертикальная — ось ординат. Следовательно, в обозначении построенной нами точки $(3, -2)$ 3 — это абсцисса, а -2 — ордината. Обычно абсциссу обозначают буквой x, а ординату буквой y, поэтому в разговорном языке часто употребляются выражения «ось икс» и «ось игрек». Также существует термин «квадрант», которым обозначается каждая из четырех зон плоскости, разделенной осями координат.

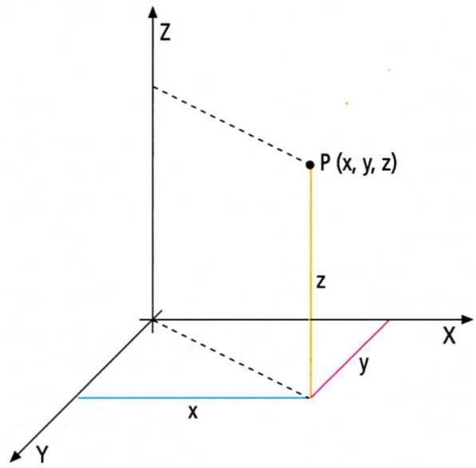
Первым квадрантом является зона между частями осей OX и OY, имеющими положительное значение. Квадранты нумеруются против часовой стрелки.



Пространственные координаты

Таким же образом, как была определена система координат на плоскости, можно определить систему координат и в пространстве. Единственное, что мы должны для этого сделать, это провести третью ось, которую назовем ось Z («ось зет»). Она будет перпендикулярна плоскости, образованной двумя другими осями. Третья координата нашей точки — z — будет соответствующей высотой по данной оси.

Задачи, в которых задействованы плоскости и прямые, могут быть решены алгебраическими методами.

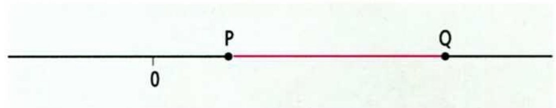


Размерность пространства

Только что мы показали, что точка в одномерном пространстве имеет одну координату: $P(x)$; в двумерном пространстве две координаты: $P(x, y)$; а в трехмерном пространстве точка обозначается тремя координатами: $P(x, y, z)$. Кроме того, для обозначения координаты может использоваться буква с нижним индексом. Так, точку на прямой можно обозначить как $P(x_1)$, точку на плоскости — как $P(x_1, x_2)$, точку в пространстве — как $P(x_1, x_2, x_3)$. Но ничто не мешает нам поговорить о координатах точки в четырехмерном пространстве — $P(x_1, x_2, x_3, x_4)$ — и вообще в n-мерном пространстве с точками вида $P(x_1, x_2, ..., x_n)$. При наличии подходящих определений можно с одинаковой легкостью работать как в трехмерном, так и в 25-мерном пространстве, и даже в бесконечномерном — при отсутствии какой-либо математической противоречивости. Уже начиная с трехмерного пространства, в значительной степени теряется геометрическая интуиция, это естественно. Тем не менее, и в многомерных пространствах можно применять алгебраические методы при решении задач. Конечно, сложно представить и признать существование пространств с размерностью больше трех, но это никак не мешает работать с ними математическими методами.

Расстояния и теорема Пифагора

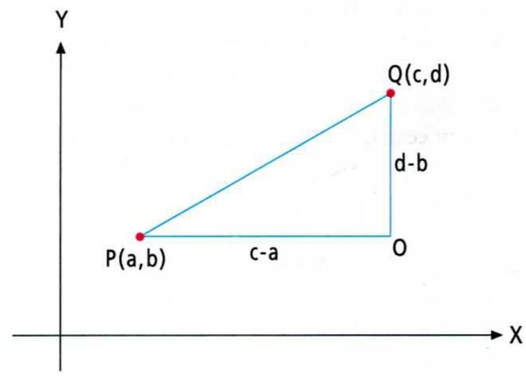
Договорившись о системе координат, можно определить расстояние между двумя точками. В одномерном пространстве расстояние между двумя точками — это длина соединяющего их отрезка. Рассмотрим точки P и Q. Расстояние между ними, которое мы обозначим как $d(P, Q)$, будет вычисляться как абсолютная величина разности: $d(P, Q) = |P - Q|$.



Мы помним, что абсолютная величина числа равна положительному значению этого числа. Например, $|3| = 3$ и $|-3| = 3$.

Для того, чтобы расстояние было определено однозначно, необходимо, чтобы $d(P, Q) = d(Q, P)$, то есть величина расстояния между точками не должна зависеть от порядка перечисления этих точек. Кроме того, расстояние всегда должно быть положительной величиной. Именно поэтому расстояние вычисляют с помощью модуля. Например, расстояние между точками 4 и 9 будет определяться не как: $4 - 9 = -5$, а по нашему определению: $d(4, 9) = |4 - 9| = |-5| = 5$.

Давайте посмотрим, как определяется расстояние между двумя точками в двумерном пространстве, то есть между точками на плоскости. Предположим, что у нас есть две точки P и Q, координаты которых заданы как (a, b) и (c, d).



Расположив обе точки на декартовой плоскости, мы можем построить прямоугольный треугольник POQ. Длины катетов этого треугольника известны: $PO = c - a$ и $OQ = d - b$.

Чтобы найти значение гипотенузы PQ, применим теорему Пифагора:

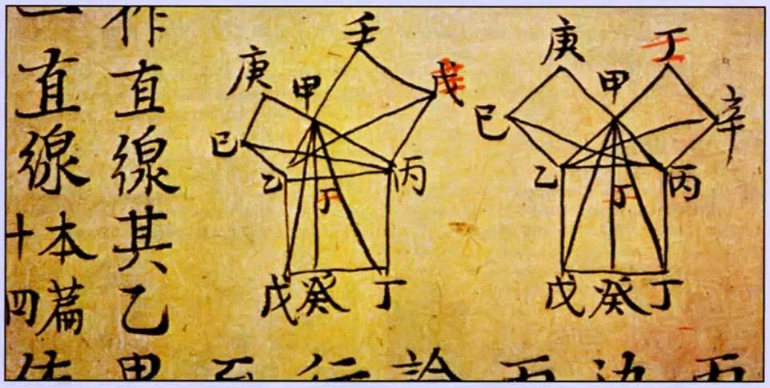
$$(PQ)^2 = (PO)^2 + (OQ)^2 = (c - a)^2 + (d - b)^2,$$

$$\text{откуда } d(PQ) = \sqrt{(c - a)^2 + (d - b)^2}.$$

Таким образом, мы получили формулу для вычисления расстояния между двумя любыми точками на плоскости. Например, расстояние между

«Сущностная» и аналитическая геометрия

В результате научной революции древнейшие теории предстают перед нами в новом свете, и мы обнаруживаем в них то, что не было замечено ни создателями этих теорий, ни теми, кто их развивал.

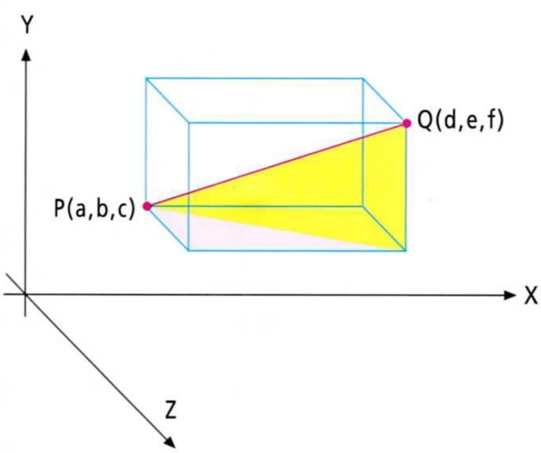


Так, мы могли бы говорить о «сущностной» геометрии как о предварительном этапе геометрии аналитической. Дело не в том, что математики до Декарта не знали, что геометрические задачи связаны с числами — вспомним, что открытие иррациональных чисел было сделано непосредственно в геометрической сфере. Но древние математики верили в мир фигур, который хоть и был связан с миром чисел, но все же имел определенную автономию, требовавшую своих собственных методов. Изменение направления развития геометрии можно проиллюстрировать через ту же теорему Пифагора: в то время как старинные формулировки сравнивали площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, с площадью квадратов, построенных на его катетах, современная аналитическая геометрия, как видно из текста, устанавливает взаимосвязь расстояния между двумя точками и соответствующих им декартовых координат.

точками $P(3, 5)$ и $Q(-2, 7)$ в соответствии с этой формулой вычисляется так:

$$d(PQ) = \sqrt{(-2-3)^2 + (7-5)^2} =$$
$$= \sqrt{(-5)^2 + (2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}.$$

Посмотрим, что произойдет в трехмерном пространстве. Предположим, что мы хотим вычислить расстояние между точками $P(a, b, c)$ и $Q(d, e, f)$.



Здесь мы также будем опираться на теорему Пифагора, но применим ее в два последовательных этапа.

Расстояние, которое нам нужно найти, является диагональю в параллелепипеде (это фигура, похожая на обувную коробку). Два прямоугольных треугольника, к которым мы будем применять теорему Пифагора, закрашены на рисунке разными цветами. Фиолетовый треугольник расположен горизонтально, желтый — вертикально. В фиолетовом треугольнике значения катетов таковы: $|d-a|$ и $|e-b|$. Поэтому длина гипотенузы вычисляется как:

$$\sqrt{(d-a)^2 + (e-b)^2}.$$

Рассмотрим теперь желтый прямоугольный треугольник. Длину одного из двух его катетов мы только что рассчитали. Другой катет, вертикальный, имеет длину $|f-c|$. Вновь применим теорему Пифагора и получим искомое значение гипотенузы:

$$\sqrt{\left[\sqrt{(\mathrm{d}-\mathrm{a})^2 + (\mathrm{e}-\mathrm{b})^2}\right]^2 + (\mathrm{f}-\mathrm{c})^2} =$$
$$= \sqrt{(\mathrm{d}-\mathrm{a})^2 + (\mathrm{e}-\mathrm{b})^2 + (\mathrm{f}-\mathrm{c})^2}.$$

Таким образом, мы получили формулу для вычисления расстояния между двумя любыми точками трехмерного пространства:

▲ *Первые страницы латинской версии «Геометрии» Рене Декарта. По словам самого автора, этот труд «описывает науку полностью новую, благодаря которой в геометрии не останется ничего неописанного».*

$$d(P, Q) = \sqrt{(d-a)^2 + (e-b)^2 + (f-c)^2}.$$

Например, расстояние между точками $P(2, -1, 6)$ и $Q(1, 5, 3)$ будет равно:

$$\sqrt{+(1-2)^2 + (5-(-1))^2 + (3-6)^2} =$$
$$= \sqrt{(-1)^2 + 6^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+36+9} = \sqrt{46}.$$

Этот способ определения расстояния между точками можно применять к пространствам любого измерения. Обычно для n-мерного пространства расстояние между точками $P(x_1, x_2, ..., x_n)$ и $Q(y_1, y_2, ..., y_n)$ задается формулой:

$$d(P,Q) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + ... + (x_n - y_n)^2}.$$

Заметим, что применяя теорему Пифагора для получения формул для вычисления расстояния между двумя точками в двух- и трехмерном пространствах, мы получили обобщение данной теоремы для n-мерных пространств, где $n \geq 2$.

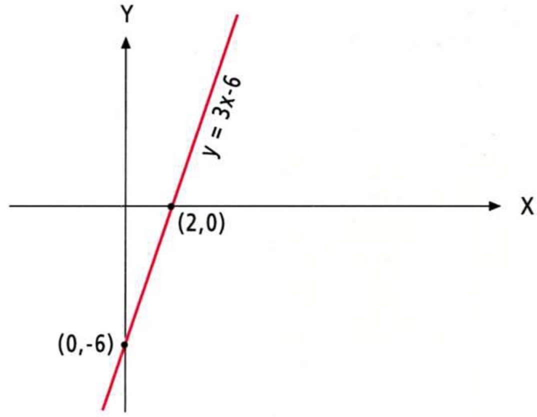
Декартовы уравнения

Уравнением называют выражение, состоящее из двух частей, которые разделены знаком «равно» таким образом, что в каждой части фигурируют алгебраические комбинации из чисел и букв.

Таким образом, выражение $y = 2$, несмотря на свою простоту, является уравнением. В декартовой плоскости множество точек, чьи координаты удовлетворяют этому уравнению, образуют прямую, параллельную оси Y, которая проходит через точку (0, 2). Уравнение $y = x$ представляет из себя прямую, образованную точками, абсцисса и ордината которых совпадают. Таким образом, речь идет о биссектрисе первого и третьего квадрантов, то есть о прямой, которая делит прямой угол на два одинаковых угла по 45°. Нужно понимать, что уравнение $y = x$ идентично уравнению $y - x = 0$, впрочем, как и уравнению $x - y = 0$. Всегда, когда в уравнении переменные x или y не возведены в степень (или лучше сказать, когда степень равна единице), данное уравнение представляет собой прямую на плоскости. Приведем еще несколько примеров уравнений прямых:

$$y = 3x - 2$$
$$6y - 8x = 0$$
$$-2y = 6x + 1$$

Графически изобразить прямую очень просто: чтобы ее прочертить, необходимо знать лишь две ее точки. Удобнее всего определить те две точки, в которых прямая пересекает оси координат. Это делается следующим образом. Предположим, что мы хотим изобразить прямую $y = 3x - 6$. В точке, где прямая пересекает ось абсцисс, ордината должна иметь значение 0. Таким образом, приравнивая y к 0, получаем $0 = 3x - 6$ или, что то же самое, $3x = 6$. Таким образом, $x = 6/3 = 2$. Аналогичным образом приравнивая x к 0, получим $y = -6$. Таким образом, точки пересечения искомой прямой с осями координат таковы: (2, 0) и (0, −6). Теперь мы уже можем начертить прямую.



Также возможно представить посредством уравнений более сложные фигуры: окружности, эллипсы, любые виды конических поверхностей. Понятно, что уравнения, описывающие сложные фигуры, будут более сложными, нежели уравнения прямых. К примеру, уравнение $x^2 + y^2 = 9$ описывает окружность с центром в начале координат и радиусом 3. А формула

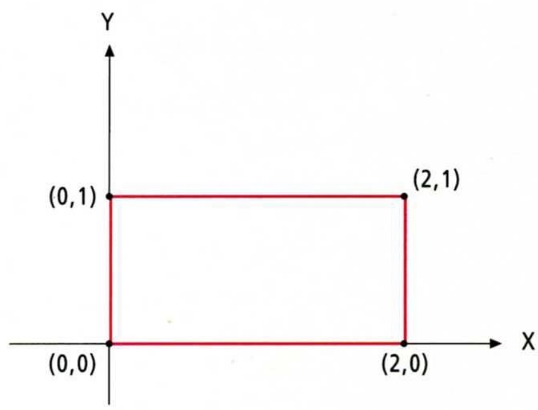
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

является уравнением эллипса с центром в начале координат и полуосями 2 и 3.

Кроме того, для обозначения частей плоскости можно использовать неравенства. Например, множество точек x и y, удовлетворяющих условиям

$$0 \leq x \leq 2 \qquad 0 \leq y \leq 1,$$

находится внутри прямоугольника с вершинами (0, 0), (2, 0), (2, 1) и (0, 1).



Координатная геометрия

Как мы увидели, представление точек и прямых посредством системы координат позволяет рассматривать геометрические задачи как алгебраические. Графическое представление этих фигур на плоскости в некоторых случаях может помочь

Геометрия относительности

Методы аналитической геометрии чрезвычайно эффективны в физике, так как позволяют производить численный расчет основной задачи механики — определения траекторий тел. Классическая, или ньютоновская, физика базируется на теории, не подвергавшейся сомнению вплоть до начала XX века: тела находятся в обычном физическом трехмерном пространстве; положение тел всегда определяется декартовыми координатами; расстояние между телами вычисляется на основании теоремы Пифагора. Но релятивистская революция заставила исследователей пересмотреть некоторые из этих предположений и научила совершенно иной геометрии. В ней не ставятся под сомнение основные методы аналитической геометрии с их уменьшением геометрических задач в пользу алгебраических, но меняется понятие пространства и вводится новый взгляд на определение расстояния между телами. Мир, как его представляет релятивизм, — это математическое четырехмерное пространство, так называемое пространство-время Минковского, где время и пространство неразрывно связаны между собой. Здесь точки — это события, а расстояние между событиями определяется гораздо более абстрактно, чем пространственное расстояние, и имеет пространственные и временные составляющие. К тому же это расстояние необязательно должно быть положительным или нулевым, оно может быть и отрицательным. И добавим масла в огонь: то, что расстояние равно нулю, еще не означает, что события происходят в одном месте!

▲ *Вселенная в большом масштабе, с особенными структурами, образованными гравитацией, представляет собой геометрию, мало понятную интуитивно. Эта геометрия и описана теорией относительности.*

лучше понять или почувствовать определенные решения, но оно абсолютно не нужно для аналитического решения задачи, которое можно найти полностью «вслепую». Например, найти пересечение линий

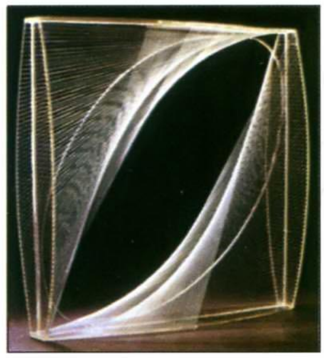
$$2x - 3y = 1$$
$$x + y = 0$$

означает найти общую для обеих прямых точку или, что то же самое, найти такие значения x и y, которые удовлетворяли бы одновременно обоим уравнениям. И это может быть сделано чисто алгебраическими методами — через решение системы уравнений. Решения системы уравнений таковы: $x = 1/5$, $y = -1/5$, то есть прямые пересекаются в точке с координатами $(1/5, -1/5)$. Точно так же без какого-либо графического представления прямых

$$y = 2x - 8$$
$$y = 2x + 35$$

можно определить, что они параллельны. (Если в двух уравнениях такого типа коэффициенты x одинаковы, то при одинаковых коэффициентах y эти уравнения всегда описывают параллельные прямые.)

С помощью этого метода можно узнать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, а также решать самые сложные задачи, связанные с коническими поверхностями. По сути, это основная идея, на которой основана аналитическая геометрия.



▶ *Эта странная скульптура — не произведение искусства и не картина художника, вдохновленного формализмом. Это дословный перевод геометрии математических уравнений, содержащихся в памяти компьютера.*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Говорят, что мысль, приведшая к изобретению телевизора, родилась у студента, находившегося вдали от дома. Он хотел показать своим родителям, как украшен его дом в преддверии Рождества. Для этого он отправил им письмом множество пар чисел, в соответствии с которыми они должны были заполнить клетки на листе бумаги.

Декарт — одна из самых известных фигур в истории философии. Он был одним из ученых, превративших Францию второй трети XVII века в мировой центр математической мысли.

Превосходство разума
Рене Декарт

▲ *Яркий обладатель рационалистического мышления, Рене Декарт максималистски надеялся вывести эмпирические законы всех очевидных истин.*

Декарт родился во французском городке Лаэ 31 марта 1596 года в семье с хорошим экономическим положением, что позволило ему получить безупречное образование, а также дало возможность располагать унаследованным имуществом на протяжении всей своей жизни. Свое первое образование юный Декарт получил в иезуитском колледже Ла Флеш — организации, базировавшейся на новых методах обучения Христофора Клавиуса. Там Декарт провел восемь лет — на три года больше, чем требовалось — в связи с увлечением философией. Именно в колледже он впервые получил привилегии по состоянию здоровья, которыми пользовался всю жизнь: даже в армии ему было позволено просыпаться поздним утром. Затем Декарт окончил факультет права в Университете Пуатье, но общественные науки были ему мало интересны.

Путешественник

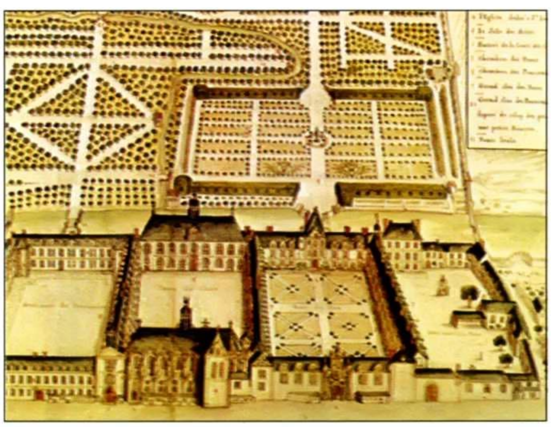
Декарт был неугомонным человеком, очень любящим путешествия. Не имея склонности к военному делу, он был записан в три различные армии и даже участвовал в некоторых кампаниях. Длинные периоды между войнами он использовал для обучающих поездок. Во время путешествий в Италию, к примеру, он установил контакты с крупнейшими интеллектуалами Европы того времени. В 1625 году Декарт вернулся во Францию и обосновался в Париже, где завел дружбу с Бальзаком и Мерсеном. Марен Мерсен, с которым Декарт уже был знаком по колледжу Ла Флеш, собрал вокруг себя цвет французской интеллигенции того времени. Одной из самых частых тем дискуссий в их кругу была целесообразность исследований законов природы через эксперименты и наблюдения, а не посредством обычной ссылки на авторитетные классические труды.

В то время Декарт не вел аскетического образа жизни мыслителя. Со своей бородкой, гордой осанкой, широкополой шляпой со страусовыми перьями он скорее напоминал королевского мушкетера, нежели выдающегося математика. Ко всему этому следует добавить, что свои научные изыскания Декарт совмещал с любовными приключениями, и его жизнь многие могли бы назвать легкомысленной.

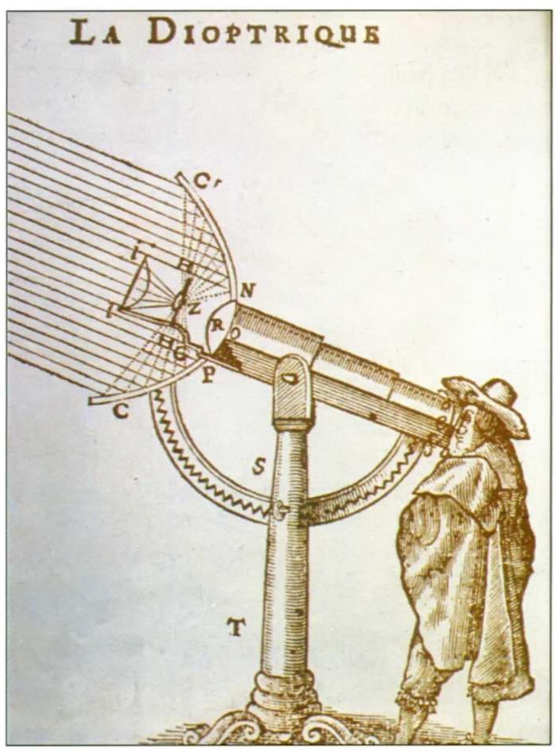
Самый плодотворный период

В 1628 году Декарт эмигрировал в Голландию. Вероятно, решение переехать в эту страну было вызвано желанием жить в обществе, где он с большей свободой смог бы высказывать свои идеи. Во время поездки в Италию он наблюдал суд, вершащийся священниками над научным трудом Галилея, и с того момента весьма настороженно относился к церковной власти. 20 лет, которые

► *Организованный в старом дворце короля Генриха IV, колледж Ла Флеш был одним из самых престижных иезуитских образовательных центров Франции. Там учился Рене Декарт с 1606 по 1614 годы.*



◄ *«Диоптрика» — одна из самых характерных работ Декарта. В ней говорится о корпускулярной природе света и предлагается изящная демонстрация законов отражения и преломления.*



Декарт прожил в Голландии, без сомнения, были самыми продуктивными в его жизни. Не оставляя своих работ в философии и математике, он начал исследования в области механики, оптики, химии, астрономии, медицины, эмбриологии и метеорологии. Именно в Голландии в 1637 году появился его труд «Рассуждение о методе, чтобы верно направлять свой разум и отыскивать истину в науках», и там же он создал компендий по физике «Мир». Обе части этого манускрипта — «Трактат о свете» и «Трактат о человеке» — Декарт не опубликовал из-за страха быть осужденным религиозными властями. В 1649 году ученый решил надолго уехать в Швецию, воспользовавшись приглашением королевы Кристины, которая, похоже, настаивала на получении уроков философии от мастера. Но через пять месяцев после переезда тяжелая пневмония подкосила ученого. Декарт скончался 11 февраля 1650 года.

«Рассуждение о методе...» и геометрия

«Рассуждение о методе...» — самый знаменитый труд Декарта, и самая известная фраза этого трактата: «Мыслю, следовательно, существую». Это была его единственная определенность, от которой он отталкивался, начав свой путь через систематическое сомнение. Метод Декарта основан именно на том, чтобы применять на практике сомнение относительно всего якобы известного и не объявлять правильным никакое знание, если только оно не следует из бесспорных истин. В свой трактат Декарт включает три приложения для демонстрации этого метода: «Диоптрика», «Метеоры» и «Геометрия». В «Геометрии» и находятся его самые важные открытия. Декарт верил, что решение геометрических задач требует чрезмерного напряжения воображения, чтобы мысленно представлять геометрические фигуры.

Это убеждение позволило ему увидеть эти фигуры как набор точек, каждой из которых можно присвоить число или набор чисел. Таким образом геометрическая задача превращалась в алгебраическую, и наоборот — многие алгебраические вопросы разрешались с помощью геометрических методов. Вскоре появились и первые плоды новой науки, ставшей известной как аналитическая геометрия. Декарт доказал, что конусы Аполлония Пергского могут быть описаны с помощью набора квадратных уравнений.

Говорили, что Декарт в отличие от Ньютона был «центробежным» мыслителем: он всегда отталкивался от самого себя и от своей убежденности, чтобы спуститься затем на поле наблюдений и законов природы. Это проявилось во многих его важных философских и математических открытиях, а также в его склонности к работе естествоиспытателя.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

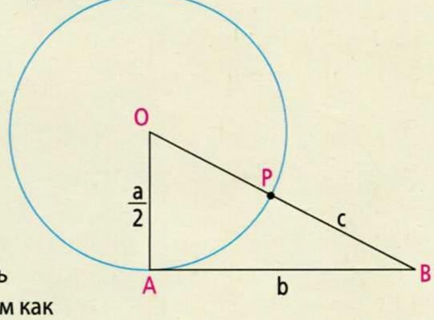
- Декарт оставался холостяком всю свою жизнь, хотя во время пребывания в Голландии у него были отношения со служанкой. В 1635 году та родила ему дочь Франсину. Девочка скончалась в пятилетнем возрасте.

- Декарт наладил контакты с орденом Розенкрейцеров, тайным обществом немецкого происхождения. Несмотря на то, что он отвергал магические ритуалы секты, ему были близки некоторые из обычаев ордена: вести отшельнический образ жизни, не создавать семью и бесплатно врачевать.

Декарт и уравнения второго порядка

Здесь показан метод, изобретенный Декартом для геометрического решения уравнения второго порядка. Необходимо найти значение x, которое удовлетворит уравнению $x^2 + ax = b^2$.

Начертим отрезок AB длиной b. Через точку A проведем перпендикуляр к AB и отметим на нем точку O, находящуюся на расстоянии $a/2$ от A. Затем нарисуем окружность с центром в точке O и радиусом $a/2$. Прямая OB пересекает данную окружность в точке P. Расстояние PB обозначим как с. Воспользуемся теоремой Пифагора относительно прямоугольного треугольника OAB:



$$OB^2 = (a/2)^2 + b^2.$$

$$\text{Но } OB^2 = (a/2 + c)^2 = (a/2)^2 + ac + c^2.$$

Сравнивая эти два уравнения, получаем, что $c^2 + ac = b^2$. Таким образом, c, равное PB, является решением заданного уравнения второго порядка.

«Путешествую — значит, существую!»

Несмотря на то, что Рене Том, создатель теории катастроф, был математиком, его часто упоминают в книгах по философии. Его теоремы прекрасно иллюстрируют идею о том, что Вселенная — это постоянное противостояние между разными формами.

Теория катастроф

Капля, переполняющая стакан

▲ *Во многих случаях природная катастрофа является катастрофой и в математическом смысле. Например, разрушение здания может произойти из-за старения постройки, что является постоянным процессом.*

Теория катастроф представляет собой совокупность математических методов изучения поведения систем, подверженных резким структурным изменениям, когда параметры структуры изменяются в течение длительного времени. Теория катастроф применяется при изучении морфологических изменений в развитии биологических видов, в исследовании этапов образования кристаллов, при анализе банковских кризисов, извержений вулканов или разрушений зданий.

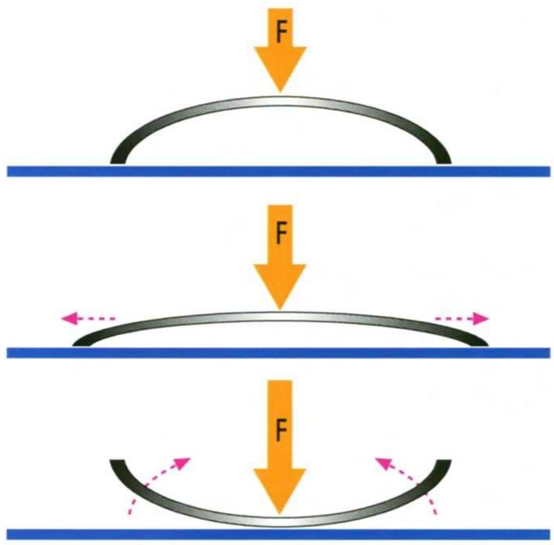
Точки бифуркации

Когда стакан уже готов переполниться, напряжение на поверхности становится таким, что жидкость принимает совершенную геометрическую сфероидальную форму. Но есть одно мгновение, когда всего лишь одна капля заставляет всю структуру разрушиться и превратиться в хаос. Что-то похожее происходит при растягивании за два конца эластичной резины. На резину оказывается непрерывное усилие, и в какой-то почти неуловимый момент материал теряет свою эластичность. Мы не применили никакой другой внешней силы, но произошло глубинное изменение внутри резины, качественное изменение. Заметим, что это случилось достаточно резко, рывком. Считается, что в этот момент процесс прошел точку бифуркации. Это происходит, когда система становится нестабильной и ищет другое состояние. Понятие «катастрофа» можно определить как бифуркацию между различными состояниями равновесия.

▲ *Рене Том, один из основных теоретиков науки о катастрофах, активно занимался популяризацией этой концепции.*

Гулкая катастрофа

Если мы надавим на твердую поверхность небольшим вогнутым куском металла, то сможем увидеть и услышать тот самый момент, когда достигается точка бифуркации. В это мгновение же-

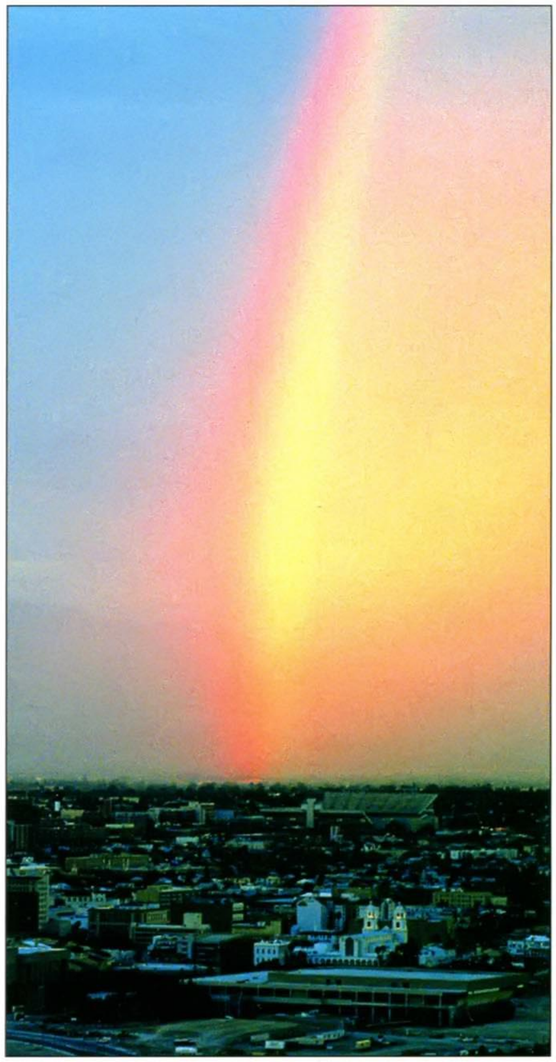


лезная пластинка переходит от вогнутой к выпуклой, издавая явный звук «клак». Существует даже старинная игрушка, лягушка «клик-клак», основанная на этом феномене. Можно обратить внимание на два основных интересных аспекта в процессе, вызвавшем катастрофу. Первый аспект — это параметр контроля. В нашем случае это непрерывное усилие, приложенное нами к пластинке. Второй аспект — внезапное изменение природы предмета.

Рене Том

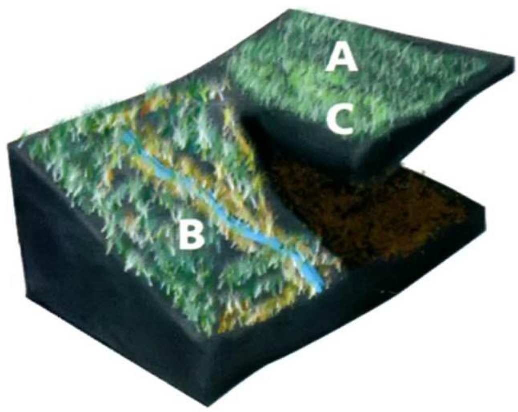
Французский математик Рене Том (1923—2002) ввел в изучение точек бифуркации один революционный элемент, который позволил изучать эволюцию внутренних состояний системы. Его строго математическое решение внесло важные изменения в топологию, за работы по которой в 1958 году ученый получил Филдсовскую премию. Том создал каталог, состоящий из семи элементарных катастроф, каждая из которых была представлена геометрически и определена соответствующим математическим уравнением. Названия катастрофам были даны в зависимости от формы, которую они принимали: складка, сборка, ласточкин хвост, бабочка, гиперболическая омбилическая точка, эллиптическая омбилическая точка и параболистическая омбилическая точка. В настоящее время теория катастроф является частью более широкой теории, называемой теорией динамических систем.

▶ *Математические катастрофы необязательно описывают разрушительные или ужасные феномены. Например, радуга — это тоже катастрофа: она появляется из-за внезапного большого накопления света под определенным углом падения солнечных лучей на капли дождя.*



Сборка

Сборка — это одна из семи элементарных катастроф, определенных Томом. Ее пространственное представление — это поверхность, на которой хорошо видны три зоны. Буквой A мы обозначили стабильную зону, буквой B — нестабильную зону, а буквой C — зону катастрофы.

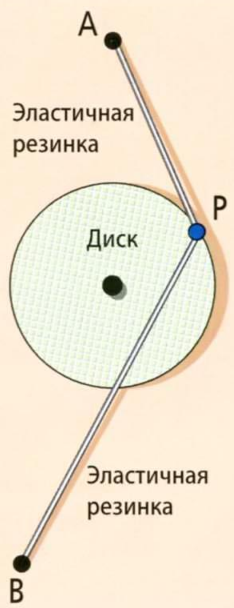


◀ *Сборка — это одна из катастроф, наиболее распространенных в природе. Ее можно встретить во множестве разнообразных явлений: кипящая вода, течение жидкостей, рост населения или гипертиреоз.*

Мы легко поймем, что это означает, если представим, что эта поверхность соответствует определенному горному пейзажу, где у нас проходит небольшая экскурсия. В зоне A мы можем спокойно прилечь для дневного сна. В зоне B тоже можем отдохнуть, хотя и с некоторым риском сползти вниз. А пребывание в зоне C может быть очень опасным.

«Машина катастроф»

Эту маленькую игрушку изобрел датский математик Кристофер Зиман (род. в 1925 г.), чтобы объяснить теорию катастроф. «Машина катастроф» состоит из диска, который может свободно вращаться вокруг своей оси, и двух эластичных резинок. Одна из резинок соединяет неподвижную точку A и точку P на диске. Другая соединяет точку P с движущейся точкой B. Весьма увлекательно играть с этой простой игрушкой, изучая, что происходит с диском при перемещении точки B. Интересно, что простая «теоретическая» игрушка способна увлечь нас в чудесную теорию катастроф.



ЭТО ИНТЕРЕСНО

- К. Зиман, имевший огромное влияние на развитие работ Р. Тома, опубликовал в 1972 году труд, в котором среди всего прочего описывал свое приспособление «машина катастроф». Именно в этой публикации и был впервые использован термин «теория катастроф». Том оригинально окрестил его «теорией исключительностей» — термином менее описательным, но гораздо более математическим. Любопытно, что Том издал свой первый труд по теории катастроф не в одной из математических газет, а в биологической книге *Towards a theoretical biology III* («На пути к теоретической биологии III»).

- «Невозможно найти понятие более эстетичное, нежели недавно появившаяся «теория катастроф» Рене Тома, которая применяется как к геометрии параболической точки, так и к дрейфу континентов». (Сальвадор Дали)

Льюис Кэрролл
Запутанный рассказ

▲ *«Ну что ж, идея не так уж плоха», — промолвила тетушка, когда они сошли с кэба у входа в Берлингтон-Хаус.*

Узелок V. Крестики и нолики

«Как Вам нравится эта картина? А эта?»

— Что заставило тебя, глупышка, выбрать первый поезд? — спросила Безумная Математильда племянницу, когда они садились в кэб. — Неужели ты не могла придумать ничего лучше?

— Я рассмотрела предельный случай, — ответила Клара сквозь слезы. — Наша достопочтенная воспитательница всегда говорит нам: «Если вы сомневаетесь в чем-то, рассмотрите предельный случай», а я как раз была в сомнении.

— И что же, этот совет всегда помогает? — поинтересовалась тетушка.

— Не всегда, — вздохнула Клара, — хотя я никак не могу понять, в чем тут дело. Как-то раз наша достопочтенная воспитательница сказала девочкам из младших классов: «Чем больше вы будете шуметь, тем меньше получите варенья и *vice versa* (наоборот (лат.))». Я подумала, что девочки не знают, что такое *vice versa*, и решила объяснить им. Я сказала: «Если вы будете шуметь бесконечно громко, то не получите варенья совсем. Если же вы совсем не будете шуметь, то получите бесконечно много варенья», а наша достопочтенная воспитательница сочла пример неудачным. Хотела бы я знать почему, — добавила Клара жалобно.

— Твой пример действительно не может не вызвать возражений, — уклончиво сказала тетушка, — но мне любопытно знать, как ты перешла к пределу в задаче с поездами. Насколько мне известно, ни один поезд не движется бесконечно быстро.

— Одни поезда я назвала зайцами, другие — черепахами, — робко пояснила Клара. — Я думала, что число зайцев и черепах на линии не может быть одинаковым, и взяла поэтому предельный случай: одного зайца и бесконечно много черепах. Подумав, я решила, что если я сяду на черепаху, то встречу лишь одного зайца: ведь больше их и нет. Зато если я сяду на зайца, то встречу целые толпы черепах!

— Ну что ж, идея не так уж плоха, — промолвила тетушка, когда они сошли с кэба у входа в Берлингтон-Хаус. — А сейчас тебе представится еще один удобный случай проявить свою смекалку. Мы будем состязаться в оценке картин.

— Я буду очень стараться, — просияла Клара, — и на этот раз буду осторожнее. А как мы будем играть?

— Взгляни, — сказала Безумная Математильда Кларе минуту спустя. — Видишь, против названий картин я начертила три графы. В них мы будем ставить крестики и нолики: крестик вместо положительной оценки, а нолик вместо отрицательной. В первой графе мы будем ставить оценку за сюжет, во второй — за композицию, в третьей — за колористическое решение. Условия нашего состязания таковы: ты должна поставить три крестика двум или трем картинам, два крестика — четырем или пяти картинам...

— Что вы имеете в виду, когда говорите о двух крестиках? — спросила Клара. — Картины, отмеченные только двумя крестиками, или также и картины, отмеченные тремя крестиками?

— Картины, получившие три крестика, разумеется, можно считать получившими два крестика, — ответила тетушка. — Ведь о всяком, у кого есть три глаза, можно сказать, что уж два-то глаза у него заведомо есть, не так ли?

— Девяти или десяти картинам ты должна поставить один крестик, — продолжала перечислять условия состязания Безумная Математильда.

— А кто же выигрывает? — спросила Клара, тщательно записывая все сказанное.

— Тот, кто поставит оценки наименьшему числу картин. А если мы поставим оценки одинаковому числу картин, тогда тот, кто поставит больше оценок.

— Это состязание совсем нетрудное, — сказала Клара. — Я поставлю оценки девяти картинам. Трем из них я поставлю по три крестика, двум другим — по два крестика, а остальным — по одному крестику.

— Нетрудное состязание, говоришь? — спросила тетушка. — Подожди, пока не узнаешь все условия, нетерпеливое дитя! Одной или двум картинам ты должна поставить три нолика, трем или четырем картинам — по два нолика и восьми или девяти картинам — по одному нолику.

— Отсюда мы и начнем, — сказала Математильда, когда они подошли к картине огромных размеров, значившейся в каталоге под названием «Портрет лейтенанта Брауна верхом на любимом слоне».

— Какой у него самодовольный вид, — воскликнула Клара. — Не думаю, чтобы он был любимым лейтенантом бедного слона. Картина просто ужасна!

Тетушка и племянница вскоре потеряли друг друга в толпе, и в течение ближайшего получаса Клара трудилась в поте лица, ставя оценки, вновь стирая их и упорно разыскивая подходящие картины. Последнее оказалось труднее всего.

— Никак не могу найти того, что мне нужно! — воскликнула она наконец, чуть не плача с досады.

— Что ты хочешь найти, деточка? — раздался за спиной Клары незнакомый, но такой ласковый и приятный голос, что Клара, еще не видя произнесшего эти слова, почувствовала к нему горячую симпатию. Обернувшись, она увидела двух ласково улыбавшихся старушек небольшого роста с круглыми морщинистыми лицами, очень похожих друг на друга.

▲ *«Подожди, пока не узнаешь все условия, нетерпеливое дитя», — сказала безумная Математильда.*

— Я ищу картину, — сказала Клара, — написанную на хороший сюжет, с хорошей композицией, но с плохим колористическим решением.

Маленькие старушки тревожно переглянулись.

— Успокойся, деточка, — сказала одна из них, — и попытайся припомнить, что изображено на картине, каков ее сюжет.

— Не изображен ли на ней, например, слон? — спросила вторая старушка. С того места, где стояли Клара и старушки, нетрудно было заметить лейтенанта Брауна.

— Не знаю, — нетерпеливо ответила Клара. — Мне совсем неважно, каков сюжет картины, лишь бы он был хорошим!

Старушки снова тревожно переглянулись, и одна из них что-то прошептала на ухо другой. Клара смогла уловить лишь одно слово «...безумна».

— Ну, конечно, они имеют в виду мою тетю Математильду, — подумала она про себя.

— Если вы хотите видеть мою тетю, — добавила она вслух, — то она стоит вон там, через три картины от лейтенанта Брауна.

— Очень хорошо, деточка! Тебе лучше пойти к ней, — успокаивающе сказала новая знакомая Кларе. — Уж она-то сумеет найти картину, которая так тебе нужна. До свиданья, бедняжка!

— До свиданья, бедняжка! — как эхо, отозвалась другая сестра. — Постарайся больше не терять свою тетю.

И обе старушки, мелко семеня, вышли из зала. Клара удивленно посмотрела им вслед.

— Какие они милые! — подумала она. — Интересно, почему они так жалели меня?

И она отправилась вновь бродить по выставке, бормоча себе под нос:

— Нужно найти картину с двумя хорошими и одной...

(Пер. Ю. А. Данилова, публикуется с сокращениями.)

Решения

Задача

Поставить 3 крестика двум или трем картинам, 2 крестика четырем или пяти, 1 крестик девяти или десяти. Кроме того, поставить 3 нолика одной или двум картинам, 2 нолика трем или четырем, 1 нолик восьми или девяти. Необходимо отметить наименьшее количество картин наибольшим числом оценок.

Ответ

10 картин и 29 оценок, разделенных следующим образом:

+ + + + + + + + + 0
+ + + + +   0 0 0 0
+ + 0 0 0 0 0 0 0 0

Решение

Поставим все возможные крестики с дополнительными в скобках. У нас есть 10 картин, оцененных так:

+ + + + + + + + + (+)
+ + + + + (+)
+ + (+)

Затем поставим нолики таким же способом, начиная с другой стороны. Имеем 9 картин, отмеченных следующим образом:

(0) 0
(0) 0 0 0
(0) 0 0 0 0 0 0 0 0

Все, что надо теперь сделать, это сблизить оба фрагмента насколько это возможно, чтобы получить наименьшее число картин. Будем стирать дополнительные оценки, если это позволит больше приблизить их, или оставлять их в противном случае. Мы видим 10 обязательных оценок в первой и в третьей строчках, но только 7 во второй. Таким образом, мы стираем все дополнительные оценки из первой и третьей строчек, но оставляем все во второй.

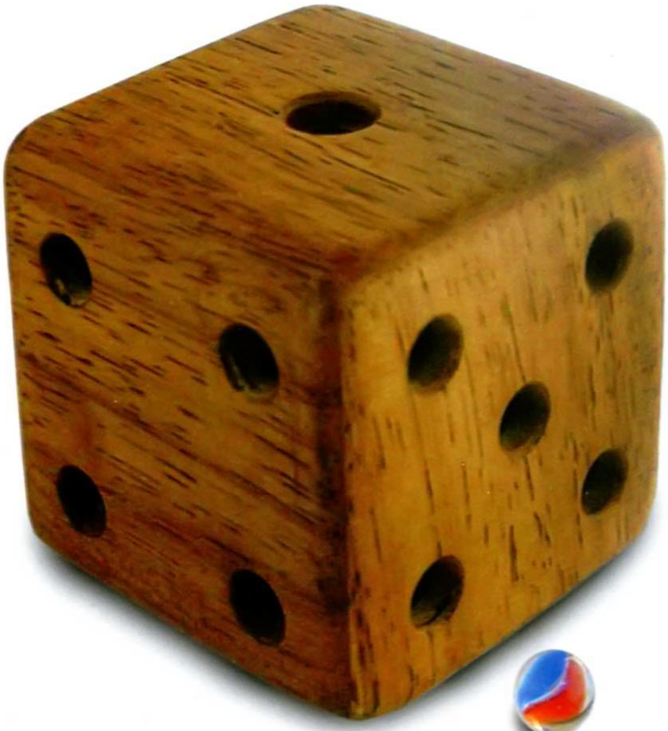
Для случайного посетителя метро больших городов или этажи торговых центров — нечто вроде запутанного лабиринта. Наша головоломка — лабиринт для шарика, катающегося по нему в поисках выхода. Постараемся ему в этом помочь.

Трехмерный лабиринт

Магический куб

Дом с многочисленными комнатами и проходами, некоторые из которых секретные, может стать настоящим лабиринтом. А если в жилище несколько этажей, соединенных между собой лестницами и лифтами, то лабиринт усложняется еще одним измерением и становится трехмерным. Магический куб — это трехэтажный лабиринт с этажами, соединенными между собой. Но на этом доме нет указателей, а есть только маленькие окошки. Лишь они помогают узнать путь, который проделывает небольшой шарик, ищущий единственный выход.

▼ Этот кубик, похожий на обычную игральную кость, отличается от нее уже тем, что не является элементом азартной игры. Это лабиринт, в котором шарик должен проложить себе путь к единственному выходу, который является одновременно и входом.



Первые лабиринты 3D

Первое документальное упоминание о трехмерных лабиринтах мы находим в труде *Puzzles Old and New* профессора Луиса Хоффмана. В книге, выпущенной в столице Великобритании в 1893 году, написано о том, что в 1890 году в Лондоне продавался двухэтажный лабиринт, по которому должен был бегать шарик. Без сомнения, магический куб является новой версией головоломки, которой исполнилось более века. В 1980-х годах в США выпускался четырех- или пятиэтажный квадратный лабиринт, сделанный из акрила. Он представлял собой сетку 4 × 4 × 4 кубика. Внутри лабиринта бегал шарик, который нужно было освободить.

Для классификации головоломок с трехмерными лабиринтами с шариками обратим внимание на два основных аспекта. Первый — это степень видимости путей, по которым бегает шарик. Существуют, как уже упоминалось, акриловые лабиринты, не имеющие никаких скрытых элементов. Другие, как на изображении внизу, называют еще фигурой X. Это настоящий черный ящик, ведь шарик контактирует с внешним миром только когда выкатывается наружу. Наш магический куб представляет собой нечто среднее: через отверстия на кости можно наблюдать за продвижением шарика, хотя нет возможности видеть это как на ладони.

Второй аспект — это количество выходов. На фигуре X мы видим лабиринт, который, как и магический куб, имеет только один выход. В таких лабиринтах смысл игры заключается в том, чтобы провести шарик от его начального положения к выходу. Другие лабиринты могут иметь вход и выход. Тогда игра заключается в том, чтобы провести шарик от одного отверстия к другому.

► Фигура X — чрезвычайный случай трехмерного лабиринта. У игрока нет возможности увидеть структуру лабиринта, и единственное, что может ему помочь, — звуки шарика, перекатывающегося внутри игрушки.

Лабиринты и искусство

Очарование лабиринтов всегда пробуждало в людях интерес. В истории человечества лабиринты часто отражались в литературе, архитектуре и изобразительном искусстве. Два писателя известны изобретением городов-лабиринтов. Алехандро Долина рассказывает, как люди теряются навсегда, гуляя по нескончаемым улицам Баррио де Флорес, что в Буэнос-Айресе.

Один из двух упомянутых писателей, Хорхе Луис Борхес, представляет город как лабиринт и, в частности, говорит о Лондоне как о «красном лабиринте». В рассказе этого великого аргентинского автора появляются очень детально изображенные три типа лабиринтов, весьма различающиеся по своей структуре. Борхес описывает лабиринты с одним коридором; лабиринты, образованные дублированием или зеркальным отражением ходов; лабиринты, созданные на основе одной простой фигуры, бесконечно размноженной в пространстве. Наилучший пример третьего лабиринта Борхес представляет в своем рассказе «Вавилонская библиотека».

Умберто Эко в своей книге «Имя розы» описывает лабиринт, образованный залами монастырской библиотеки. Этот тип лабиринта находится не в пространстве, а во времени. Эта идея временнóго лабиринта стала источником вдохновения для лучших рассказов Борхеса — «Сад расходящихся тропок» и «Анализ творчества Герберта Куэйна».

И, наконец, пришло время отметить два произведения, которые задуманы как лабиринт даже по порядку расположения глав: «Игра в классики» Хулио Кортасара и уже упомянутый нами «Анализ творчества Герберта Куэйна» Борхеса.

Лабиринт также присутствует в изобразительном искусстве всех времен и народов. Мы можем видеть его как в работах Леонардо и Дюрера, так и в творчестве художников XX века. В будоражащих работах Эшера, например, есть дома-лабиринты, состоящие из лестниц и невероятных пространств.

Самые современные лабиринты: кинематограф

Роман «Имя розы» Умберто Эко вдохновил французского режиссера Жана-Жака Анно (1986 г.) на съемки одноименного фильма. Залы и лестницы библиотеки, напоминающие работы Эшера, сплетаются в причудливые лабиринты, в которых теряются персонажи кинокартины.

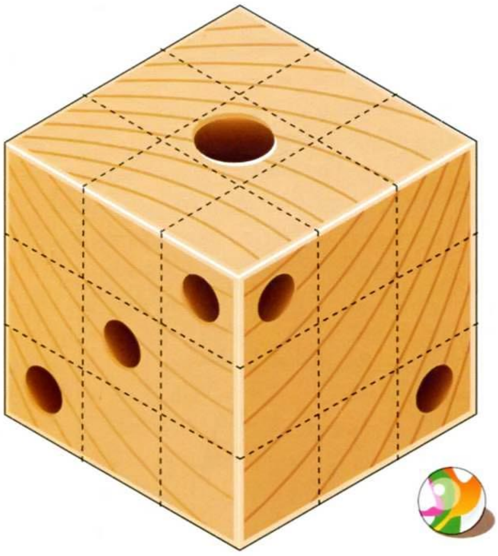
Фильм режиссера Джима Хенсона «Лабиринт» (1986 г.), спродюссированный Джорджем Лукасом, заимствует некоторые детали из работ Эшера, чтобы получить идеальную площадку, на которой можно воссоздать обстановку исчезновений и счастливых спасений. Как и литература, кинематограф также демонстрирует лабиринты во времени, яркий образчик которых можно увидеть в прекрасном и филигранном фильме-трилогии Стивена Спилберга «Назад в будущее» (1985—1989—1990 гг.)

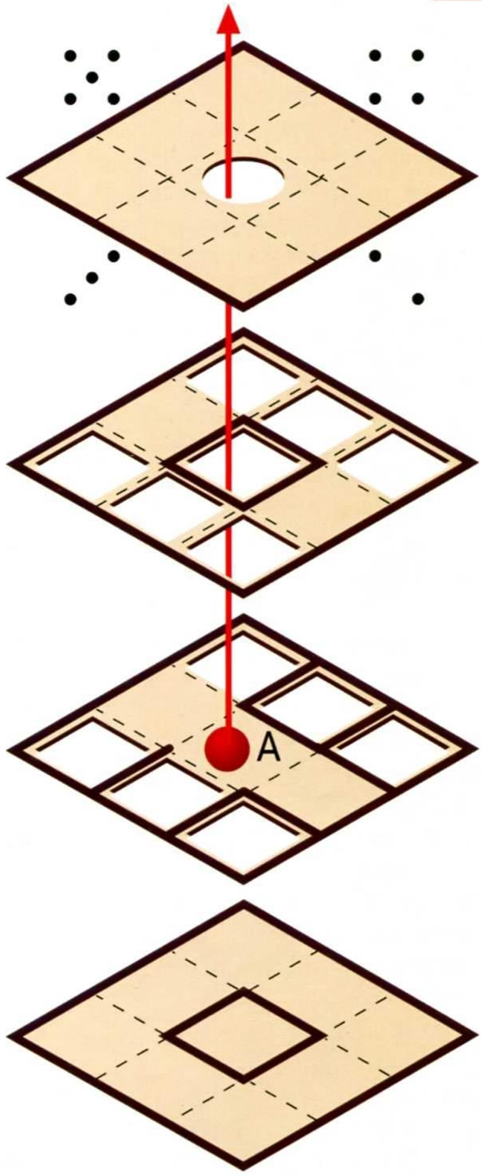
Какой он, магический куб?

Прежде чем ответить на этот вопрос, нам надо понять внутреннюю структуру этой головоломки.

▲ Точная реконструкция вавилонского лабиринта. Именно таким он описывается в рассказе Борхеса: «Неопределенное, а возможно, и бесконечное число гексагональных галерей с просторными воздушными колодцами в центре каждой, огороженными низкими перилами...»

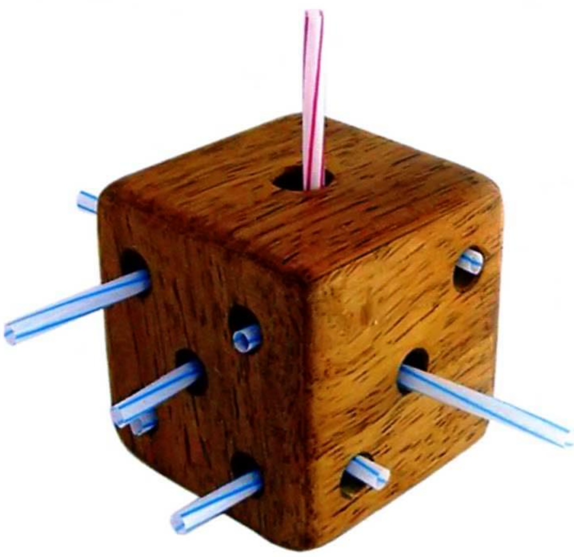
▼ Кадр из фильма «Лабиринт» Джима Хенсона. В лабиринте Эшера появляется Дэвид Боуи в роли короля гоблинов.





Внешне кубик ничем не отличается от игральной кости, только вместо привычных точек на нем отверстия. Отверстие «один» — самое большое из отверстий, только через него шарик может выйти наружу. Это и есть вход и выход.

Отверстия позволяют изучить внутренность кубика с двумя целями: узнать, где находится шарик, и понять, как сделан лабиринт. Мы можем представить, что магический куб сформирован из 27 элементарных кубиков (3 × 3 × 3). Эти кубики могут быть целиком деревянными с ровными сторонами, но, вероятно, им будет не хватать какой-либо перегородки, работающей как дверь, соединяющая кубик с соседним. Чтобы определить эту структуру дверей и перегородок, необходимо получить всю возможную информацию. Мы можем ограничиться заглядыванием в отверстия, но



нам будут мешать перегородки. Тогда можно пропихнуть внутрь кубика карандаши или, например, трубочки, как показано на иллюстрации, чтобы определить, на каком расстоянии находится каждая преграда.

Если вы запасетесь терпением, то сможете понять, каков реальный план этой трехмерной головоломки. Но если у вас не получится, то мы покажем, как выглядит магический куб изнутри.

Изнутри

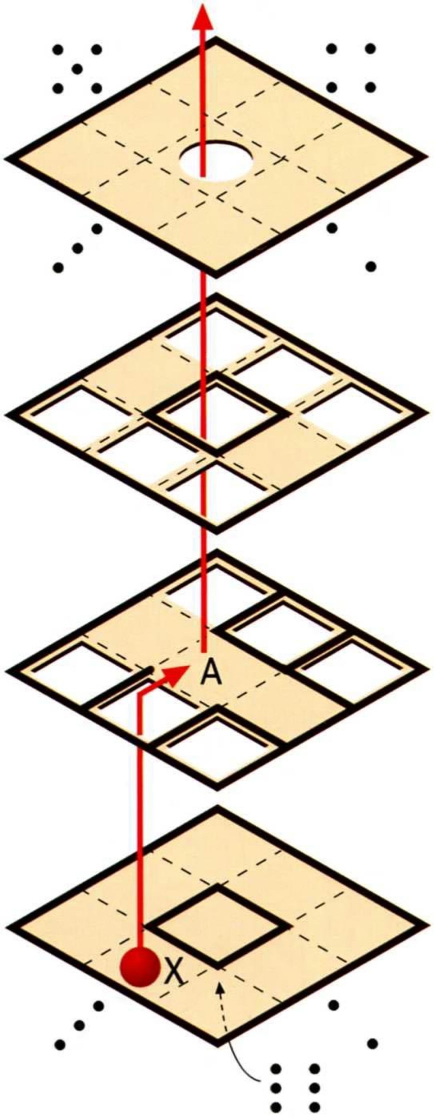
Необходимо представить себе куб, разобранный на три слоя, и нарисовать план каждого из слоев. На иллюстрации показаны эти слои и внешняя сторона выхода. Показано также количество отверстий на каждой из четырех внешних сторон. Толстая линия обозначает стенку, препятствующую проходу. Тонкая линия обозначает переход из одного кубика в соседний в том же слое. Цветные квадраты обозначают наличие слоя; белые соответствуют зонам без слоя, которые позволяют перейти с одного уровня на другой.

Подсказки

Рекомендуется проанализировать несколько маршрутов, чтобы понять, как действует головоломка, и максимально наглядно представить себе лабиринт. Таким образом можно понять, где находится последняя точка пересечения в лабиринте, соединяющая его с внешним миром. Другая любопытная характеристика — наличие одного-единственного кубика, который закрыт со всех шести сторон. Определите, какой это кубик.

Освобождая шарик

Чтобы решить задачку магического куба, кроме знания внутренней структуры лабиринта, нам потребуется определенная сноровка. «Окошки» (отверстия на всех сторонах куба, кроме той, где расположена «единица») позволяют нам узнать, где находится шарик, и подсказывают, куда продвигать его дальше. Но так как перегородки внутри куба преграждают путь шарику и не дают ему двигаться беспрепятственно, необходимо будет дать шарику хорошо рассчитанный импульс, чтобы он вышел из ячейки и перешел туда, куда нам нужно. Помочь нам в этом может, к примеру,



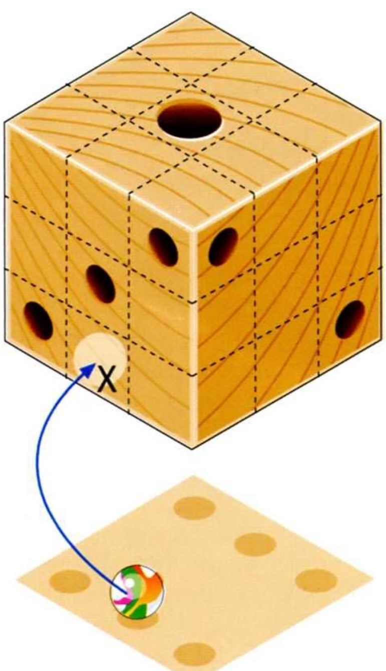
карандаш, но тогда наша заслуга будет не столь существенной.

Решение

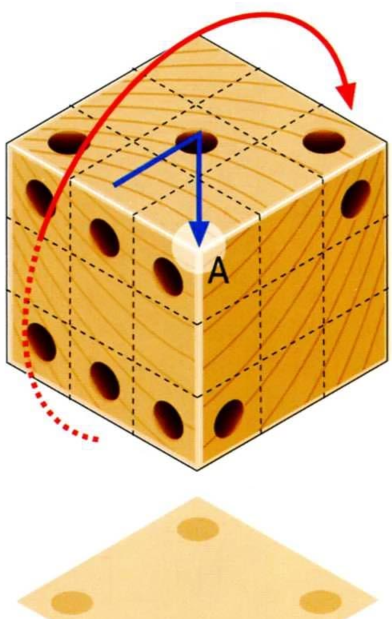
На рисунке показан маршрут, оптимальный для извлечения шарика. Первое, что необходимо сделать, — отправить его на позицию X. Это единственное действие, которое может оказаться сколько-нибудь сложным. Как показано справа, из этой точки шарик переходит в центральную позицию среднего уровня (A), а затем устремляется к выходу. Чтобы шарик четко прошел через эти два участка, необходимо произвести маневры, наглядно показанные на иллюстрациях внизу.

Решение к дополнительной задаче

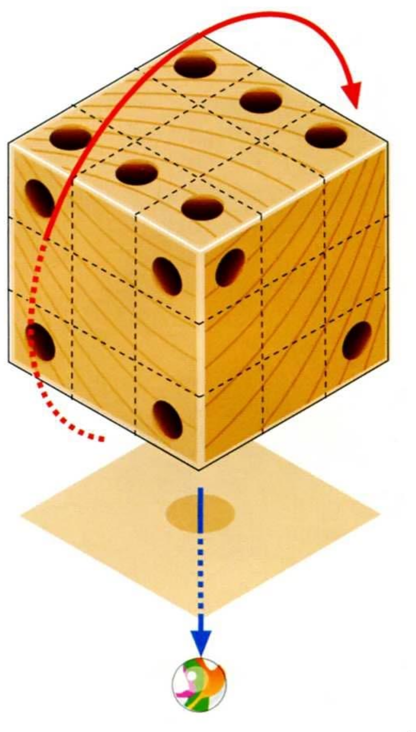
Центральный кубик — единственный, который мы не можем исследовать. На рисунке слева видно, что центральное окошко окружено четырьмя стенками (толстые линии). Рассматривая среднюю сторону, мы видим, что там тоже есть потолок (что соответствует слою с пересечением A).



1. Держите куб в этой позиции и зафиксируйте шарик в точке X, которая находится с внутренней стороны «шестерки» и в центральной точке стороны «3».



2. Поверните куб по часовой стрелке, поместив сторону «3» на внешнюю сторону. Сейчас шарик находится в точке A, он готов выйти.



3. Совершите еще один поворот по часовой стрелке, помещая сторону «6» на внешнюю сторону. Шарик вышел.


18 17 3
11 8 7 19
9 6 5 4 16
14 1 2 12
15 10
13

В следующем выпуске через 2 недели

Мозаика

Функции

О взаимозависимости

Ключевая фигура современной математики

Жан-Пьер Серр

Фрактальная геометрия

Прекрасный беспокойный мир

Лучшее от Сэма Лойда

Задачи о детях

Спрашивайте в киосках!